

TEMAS TÉCNICOS

CAPACIDAD DE APOYO DE UN TERRENO

Por Antonio García de Arango, Arquitecto
Catedrático de la Escuela Superior de Arquitectura

PRELIMINARES

Los problemas de cimentación son muchas veces resueltos al proyectar en forma provisional, suponiendo que el terreno tiene unas condiciones medias propias de la localidad, y que la capa firme está relativamente próxima a la superficie, difiriendo su solución definitiva para el momento de iniciar las obras.

Este modo de proceder tiene una justificación en el hecho de que son bastantes los edificios y construcciones que después de proyectados no llegan a realizarse, y por ello el propietario o la Entidad correspondiente se resistirían a efectuar los gastos iniciales que suponen los sondeos y pruebas, que aun siendo de poca magnitud en comparación con el coste del vaciado y cimentación, parecen importantes si no se considera el ahorro y la tranquilidad que puede suponer una cimentación bien proyectada.

Iniciada la obra, a la vista del terreno se decide generalmente el tipo de fundación y su profundidad, muchas veces por impresión subjetiva, fundada simplemente en el aspecto del terreno, juzgando por experiencia personal, atendiendo a las vagas indicaciones de las Normas o, a lo más, realizando pruebas *in situ* de valor más o menos dudoso y no siempre fáciles de interpretar, pero sin llevar casi nunca el sondeo más abajo del presunto plano de apoyo.

Esta manera de proceder puede admitirse en poblaciones cuyo subsuelo es conocido y tiene buenas condiciones como firme; pero, a pesar de todo, está expuesta a fallos. Unas veces no se aprovechan bien las cualidades del terreno y otras se le pide más de lo prudente.

El acarreo de terrenos, sea natural o artificial, crea zonas en que el firme es profundo, bajo una gran capa de echadizo poco consolidado, y esto pone al Arquitecto ante la duda de bajar a buscar el estrato conocido como buen firme o cimentar en otra capa menos honda, que sin ser del relleno queda estabilizada por éste, a pesar de ofrecer en condiciones normales menos garantías. Otras veces, el crecimiento de la población lleva a utilizar como solares zonas del ensanche, cuyo subsuelo no es conocido y puede, quizá, ser malo desde el punto de vista de la cimentación (tal es, al parecer, el caso de Barcelona, según se desprende de la Memoria de Bassegoda *Fenómenos plásticos de los terrenos de fundación*) (1), y el Arquitecto se ve ante un problema que no puede resolver ya, basado sólo en su práctica profesional.

Entonces, estos criterios subjetivos, basados en la experiencia personal, fallan, y sólo es posible encontrar la solución estudiando de modo más científico la naturaleza del terreno y obteniendo por ensayos de laboratorio sus características físicas y mecánicas. Como resumen, puede, pues, establecerse que, en casos dudosos, ya sea por la naturaleza del terreno o por la importancia del edificio, para contar con las debidas garantías debe hacerse un reconocimiento del subsuelo para, a la vista de sus resultados, decidir la cimentación, estructura y sistema de construcción más adecuados al edificio que se proyecta.

En el curso de este artículo haremos en primer lugar una crítica de las reglas y pruebas usualmente empleadas al decidir el coeficiente de trabajo o *capacidad de apoyo* de un estrato del terreno, para exponer seguidamente en forma breve las orientaciones modernas sobre este tema en caso de cimentaciones directas. Finalmente llamaremos la aten-

ción sobre algunos problemas legales que la repartición de presiones plantea en fachadas y medianerías.

I.—REGLAS Y PRUEBAS USUALMENTE ADOPTADAS PARA ESTIMAR LA CAPACIDAD DE APOYO DE UN TERRENO

A) BASADAS EN LA NATURALEZA DEL TERRENO.

Algunos Reglamentos y Ordenanzas de construcción dan tablas para la capacidad de apoyo o coeficiente de trabajo de los distintos terrenos, comenzando por los echadizos, fangos, arenas, gravas, arcillas en distintos estados, hasta las rocas (5, 6). Tales cifras, de no referirse a estratos de una determinada localidad, carecen de valor práctico, y sólo pueden dar una vaga idea de la resistencia relativa de los terrenos. Fallan dichas tablas al no tener en cuenta una serie de factores, tales como el grado de compacidad de las tierras, la profundidad del plano de apoyo con respecto a la superficie del terreno, la forma y dimensiones del cimientado, la compresibilidad de los estratos afectados por la fundación y su espesor.

El Reglamento alemán (*DIN. 1.054*, de 1940) da indicaciones complementarias sobre alguno de estos puntos, tales como el ancho y la profundidad; pero sigue adoleciendo de imprecisión en la clasificación de los terrenos. Es aspiración natural de cuantos investigadores se ocupan de estos problemas el llegar a establecer una clasificación de los terrenos que permita aproximadamente asignarles unas características previa identificación mediante ensayos sencillos en el terreno o sobre muestras no alteradas. Pero tal clasificación aun no está conseguida.

B) PRUEBAS DE PERCUSIÓN O DE RECHAZO.

Basadas en deducir la firmeza de un estrato por el sonido que produce al ser golpeado por un pisón o por las alteraciones en la superficie del agua en un cubo situado en las proximidades. Es una prueba cuya apreciación es sumamente subjetiva y muy imprecisa. Con un poco de imaginación podrían considerarse estas pruebas como la forma embrionaria de los modernos ensayos geofísicos (sismológicos y dinámicos) empleados no sólo en reconocimiento de firmes (5, 7, 8), sino en trabajos de prospección de capas y filones, ensayos difíciles de interpretar y que, en general, no permiten por sí solos conocer el subsuelo.

C) PRUEBAS DE CARGA.

Conocida en el argot de la construcción con el nombre de prueba de la mesa. Consistente en cargar un área con pesos crecientes, hasta conseguir una deformación límite apreciable en el terreno. Se toma como carga admisible una fracción de la carga límite unitaria alcanzada.

Esta prueba se ha practicado mucho, con más o menos apreciación. En la forma más elemental se suele proceder constituyendo una plataforma apoyada en dos o cuatro tacos de madera, sobre la cual se cargan pesos (por ejemplo, sacos terreros). En cuanto a los cedimientos, unos los aprecian por la huella marcada en el terreno después de la descarga, mientras otros los leen para cada escalón de carga sobre una escala fija al dado de apoyo.

Esta manera de proceder no asegura bien el que la carga actúe siempre centrada sobre el apoyo, ni aprecia debidamente la magnitud de los asientos.

El ensayo puede perfeccionarse realizando la presión mediante un gato hidráulico (fig. 1), que actúa sobre un dado hormigonado directamente

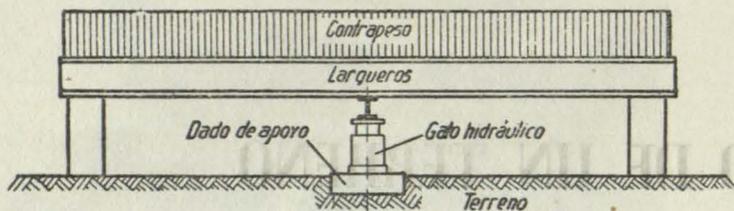


Fig. 1.—Prueba de carga.

mente sobre el terreno, que al adaptarse a éste evita el falseamiento de lectura de los primeros asientos. La reacción hacia arriba del gato se neutraliza mediante el peso acumulado en una plataforma superior o dos laterales. La más perfecta de estas máquinas es la Wolfsholz (figura 2), en la cual se ejerce la carga utilizando una botella de aire comprimido.

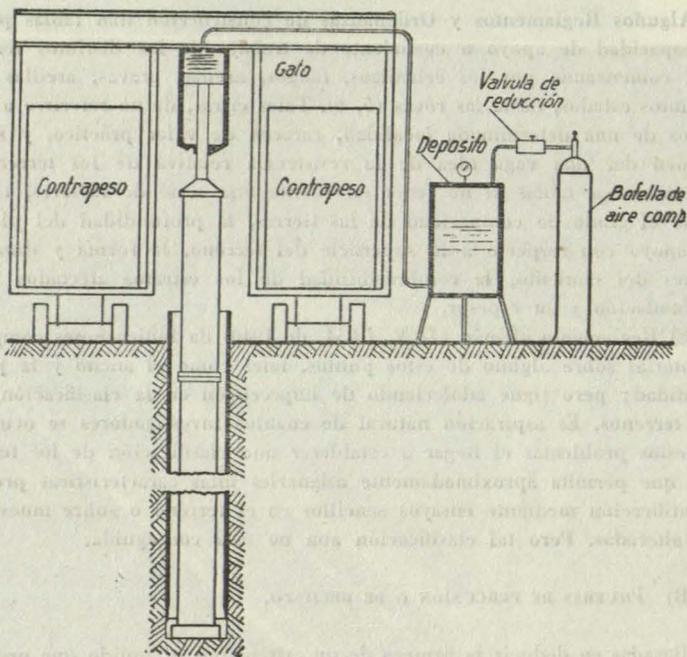


Fig. 2.—Máquina Wolfsholz para prueba en profundidad.

primido, que, a través de una válvula de reducción, transmite su presión al aceite, el cual actúa sobre el émbolo, transmitiéndose así la fuerza a la placa de apoyo. Por medio de esta máquina se pueden realizar ensayos, incluso en profundidad, en el agujero hecho por una sonda (5, 7, 8, 9).

En todo caso, el andamiaje de los flexímetros debe ser suficientemente rígido y estar apoyado en puntos que no puedan ser influenciados por la actuación de la carga.

La carga se hace crecer escalonadamente leyendo los cedimientos que se producen en el transcurso del tiempo, y no aumentándola hasta que se haya estabilizado la lectura de los flexímetros. También interesa efectuar descargas para comprobar qué parte del cedimiento es permanente y cuál elástica. Tras cada descarga se aumenta de nuevo la carga, sobrepasando los valores alcanzados en la etapa anterior.

Los resultados se reúnen en una gráfica (fig. 3), en la que, además de los ejes de cargas unitarias y cedimientos, necesarios para trazar la curva de deformación del terreno, se incluye un eje de tiempos, que

permite con los anteriores representar la variación de cargas y asientos con el tiempo. En la curva de deformación sólo se representan los valores finales de la carga y cedimiento en cada escalón.

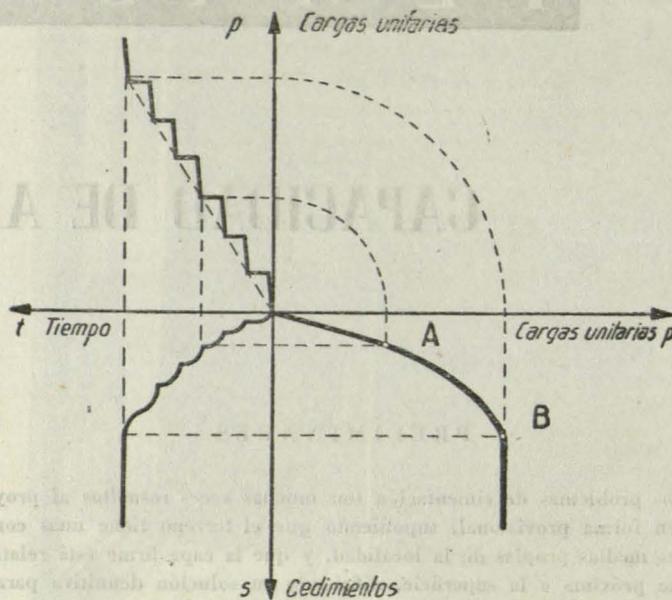


Fig. 3.—Curva de cedimientos.

Dos son los puntos más importantes en esta curva: el A, límite de proporcionalidad, y el B, correspondiente a la carga de rotura σ_B , que provoca la fluencia general del terreno que rodea la placa de carga. La carga admisible debería deducirse dividiendo σ_B por un coeficiente de seguridad, como en tantos otros problemas de la resistencia de materiales.

Sin embargo, este ensayo, que puede dar una idea comparativa de la firmeza de la capa de terreno, no permite deducir tan fácilmente la capacidad de apoyo para una cierta cimentación, por las siguientes razones:

a) En primer lugar, por realizarse la prueba en superficie, no tiene en cuenta el aumento de resistencia que experimenta el estrato cuando se halla a una cierta profundidad de la superficie del terreno, disminuida la posibilidad de deslizamientos por el peso de las tierras situadas por encima.

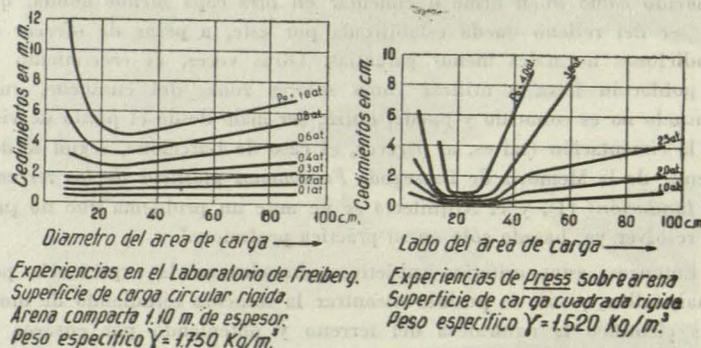


Fig. 4.—Influencia sobre los cedimientos de la forma y amplitud del área de carga.

b) También influyen sobre los cedimientos y en la carga límite de rotura por deslizamiento general σ_B la amplitud y forma de la superficie del cedimiento. En pequeñas amplitudes se produce un fenómeno parecido al que se origina en la hinca de un pilote: el terreno se desplaza lateral-

mente bajo presiones unitarias pequeñas. A medida que aumenta la superficie, sin alteración de la presión unitaria, los cedimientos disminuyen, alcanzando un mínimo, que depende de la presión y de las dimensiones del dado de apoyo, como muestran los adjuntos gráficos (fig. 4), resultado de experiencias realizadas por Press, así como las efectuadas en el Laboratorio de Freiberg, 2). Por último, en ellos se ve también que si las dimensiones del cimiento siguen creciendo, sin sufrir variación la carga unitaria, comienzan de nuevo a crecer los cedimientos, debido ahora a que el bulbo de presiones afecta cada vez a capas más hondas (fig. 5), por lo que se suman los acortamientos de estratos hasta una mayor profundidad.

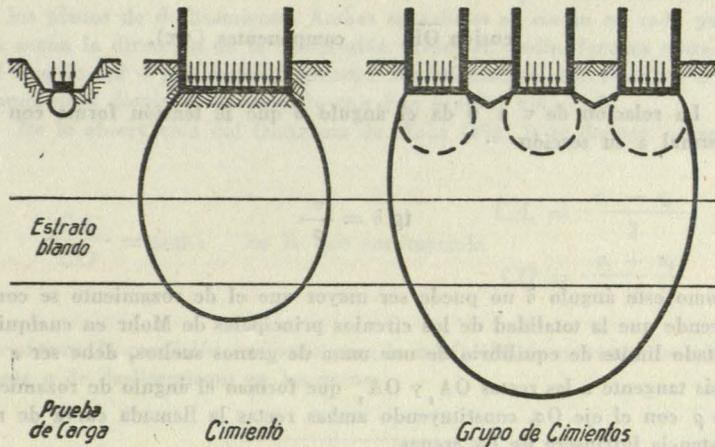


Fig. 5.—Bulbos de presiones.

c) Por esta misma causa pueden además resultar afectadas capas blandas, que quizá no sean capaces, sin fluir, de soportar las presiones que a ellas llegan.

d) Por el contrario, al aumentar las dimensiones del área cargada, sin alteración de la presión unitaria, aunque aumentan los valores del cedimiento por compresibilidad, disminuye el peligro de deslizamiento general.

e) En terrenos arcillosos, saturados de humedad, la presión es inicialmente resistida por el agua, que poco a poco va saliendo de los poros transmitiendo paulatinamente los esfuerzos a la parte sólida. Los cedimientos se desarrollan muy lentamente en esta clase de terrenos, debido al tiempo que el agua sobrante tarda en ser eliminada, y, en general, se cree haber llegado al cedimiento final, cuando sólo está iniciada la deformación, con lo que la prueba de carga, abarcando un volumen relativamente importante de terreno, da resultados falsos, por no haber hecho la carga con la lentitud necesaria.

II.—ORIENTACIONES MODERNAS EN EL ESTUDIO DE LOS SUELOS

El desarrollo de la Mecánica del suelo, y la posibilidad de manejar en laboratorio muestras *inalteradas* del terreno, es decir, muestras que conservan sensiblemente su estructura, volumen, contenido en agua, etcétera, ha cambiado la orientación de los ensayos a efectuar para llegar al conocimiento de los terrenos.

Cualquier problema de estructuras, tiene dos aspectos esenciales: Uno es el de llegar a conocer la distribución de esfuerzos en las distintas piezas o elementos que la integran. Otro, el de conocer las características de los materiales a emplear, con el fin de dimensionar las secciones para que puedan resistir los esfuerzos que las solicitan. En el estudio de la cimentación han de considerarse también ambos aspectos.

Cuando nos enfrentamos con los problemas del terreno como base para una cimentación, el suelo se considera como un cuerpo tridimensional, semiindefinido, limitado como única superficie exterior, por el plano de apoyo, sobre el que actúan como fuerzas de superficie la carga transmitida por el cimiento, y el peso de las tierras situadas por encima del plano de apoyo hasta la superficie verdadera del terreno, y como fuerza de masa el peso propio.

El método empleado para determinar las tensiones que en un cuerpo así se producen, se basa en conocer cómo se reparten en el terreno una

carga aislada, vertical, y una horizontal. Problemas resueltos con exactitud por Boussinesq para carga vertical, en la hipótesis de que el terreno es elástico, llegando si se supone éste incompresible, a una distribución radial a partir del punto de aplicación de la carga, y extendida la solución posteriormente por Fröhlich a condiciones más generales, que comprenden como caso particular el segundo de Boussinesq, suponiendo que se conserva la distribución radial (4, 7).

Cualquier otro caso de carga puede estudiarse a partir de las soluciones de Boussinesq y Fröhlich, procediendo por integración exacta o aproximada, es decir sustituyendo las verdaderas fuerzas por un sistema de cargas aisladas equivalente. Y así Steinbrenner ha dado la solución de las tensiones para superficie rectangular y faja uniformemente cargadas, construyendo los correspondientes ábacos (4, 7), y más recientemente Newmark ha ideado otros ábacos muy ingeniosos, que resuelven análogo problema de la obtención de tensiones verticales y horizontales, bajo un edificio de forma cualquiera, o grupo de cimientos cargado uniformemente en la hipótesis de suelo elástico (3). Y aun, ábacos análogos a los de Newmark pueden construirse partiendo de la solución más general de Fröhlich.

El conocimiento suficientemente aproximado del estado de tensiones en un punto cualquiera bajo un cimiento o grupo de zapatas es, pues, posible, y sobre este tema daremos quizá detalles en otro artículo.

Conociendo las tensiones sobre cualquier capa del terreno, será posible comprobar su estabilidad, y éste es el criterio actual, no limitarse a estudiar la capa firme, sino conocer también las tensiones en capas más débiles, que pueda haber eventualmente a más profundidad, como sucede con frecuencia en valles de ríos, y en las orillas de lagos y mares, donde, bajo capas de arena y grava, se encuentran a veces bancos blandos de arcilla.

Es preciso, pues, efectuar sondeos y conocer las características físicas y, sobre todo, mecánicas de aquellas capas del suelo bajo el plano de apoyo que pueden experimentar alteraciones en su estado de tensión.

Los métodos actuales se basan en efectuar uno o varios pozos de sondeo y extraer muestras de las distintas capas, muestras que para ciertos ensayos deben ser inalteradas. Sobre estas muestras se determinan las constantes físicas, y se realizan ensayos mecánicos hasta rotura en compresión simple, cortadura, compresión triple, e incluso tracción simple, solicitaciones todas con estados de tensión homogéneos y bien conocidos, con el fin de determinar la curva de resistencia intrínseca y módulo elástico, que definen las características de resistencia y deformación del terreno.

Procederemos pues en forma análoga a la que se emplea cuando queremos conocer el comportamiento de cualquier material de construcción, a cuyo fin son fundamentales el conocimiento del límite elástico, carga de rotura y módulo elástico, o medida de la deformación.

De igual modo tendremos aquí tres criterios para decidir la carga admisible sobre el terreno, que son el *elástico*, el de *rotura* por deslizamiento general, y el de la *deformación* o asiento, que sucesivamente iremos considerando. Todos ellos importantes y que han de tenerse presentes para fijar debidamente el coeficiente de trabajo del terreno (2).

CRITERIO ELÁSTICO: FÓRMULA DE FRÖHLICH.

Tipos ideales de terrenos.

Si se intenta clasificar los terrenos en sólo dos tipos ideales, se hace preciso distinguir los *arenosos* o incoherentes y los *arcillosos* o coherentes. Se admite en la Mecánica del suelo que los primeros son aquellos constituidos por granos sueltos, cuyo tamaño oscila entre 2 y 0,05 milímetros. El tamaño relativamente grande de los granos impide que entre ellos se desarrollen fuerzas de cohesión, y por tanto, no son capaces de conservar la forma que se imprima a la masa. Sólo saturados de agua adquieren una ligera cohesión, debida a las tensiones capilares.

Los segundos tienen una gran proporción de granos o escamillas más finas, de 0,05 mm. e incluso de 0,002 mm., escamillas que se traban, y entre las cuales llegan a desarrollarse esfuerzos de cohesión, que permiten que las muestras cortadas del terreno conserven su forma y resistan incluso esfuerzos de compresión y tracción simples.

Condición general de plasticidad en terrenos arenosos.

Comenzaremos ocupándonos de los terrenos del primer tipo. Un terreno arenoso, es decir constituido por granos sueltos, sin cohesión, no es capaz de resistir tracciones, soporta bien las compresiones, y en cuanto a los esfuerzos tangenciales también los resiste por rozamiento, es decir, con tal de que estén asociados a esfuerzos de compresión de intensidad suficiente.

Para concretar, imaginemos una masa arenosa sometida a fuerzas (figura 6). Consideremos un punto M en su interior, y demos idealmente una sección por un plano que pase por M. En el punto M, a través de

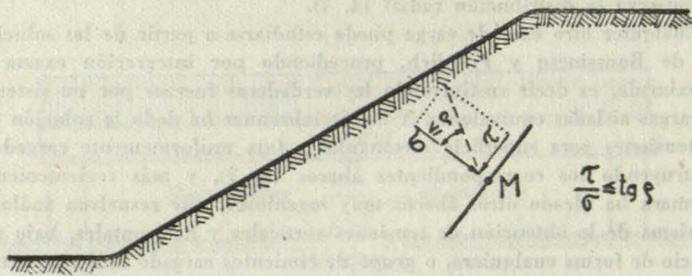


Fig. 6.—Condición límite de equilibrio en el interior de una masa arenosa.

este plano, se desarrollan esfuerzos de compresión y tangenciales resistidos por rozamiento. Estos últimos son tales que su valor unitario τ es a lo más proporcional a la presión σ ejercida

$$\tau \leq \mu \sigma$$

En esta condición el signo = corresponde al caso límite en que se inicia el deslizamiento, y μ es el coeficiente de rozamiento, que puede expresarse en función del ángulo de rozamiento

$$\mu = \text{tg } \rho$$

y aquella condición ha de verificarse para todo plano que pase por M. Necesitamos expresar dicha condición en forma más concreta, en función

de las tensiones principales en M, y para ello hemos de recurrir al Diagrama de Mohr.

El estado de tensiones existente en un elemento de volumen del terreno queda, igual que en los cuerpos sólidos, determinado por sus tres tensiones principales $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$. Ahora bien, como en un montón de granos sueltos, sólo pueden desarrollarse compresiones, en lo que sigue consideraremos éstas como positivas. El estado de tensión alrededor de M puede representarse en el Diagrama $\sigma \tau$ de Mohr dibujando las tres circunferencias correspondientes sobre $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_1, \sigma_3$ y σ_2, σ_3 . (fig. 7). Las distintas tensiones alrededor de M correspondientes a diversas orientaciones del plano sección, vienen determinadas por vectores con origen en O, y cuyo extremo es cada uno de los puntos P, comprendidos en el triángulo curvilíneo punteado,

tensión \overline{OP} , componentes $(\sigma \tau)$.

La relación de τ a σ da el ángulo δ que la tensión forma con la normal a su sección

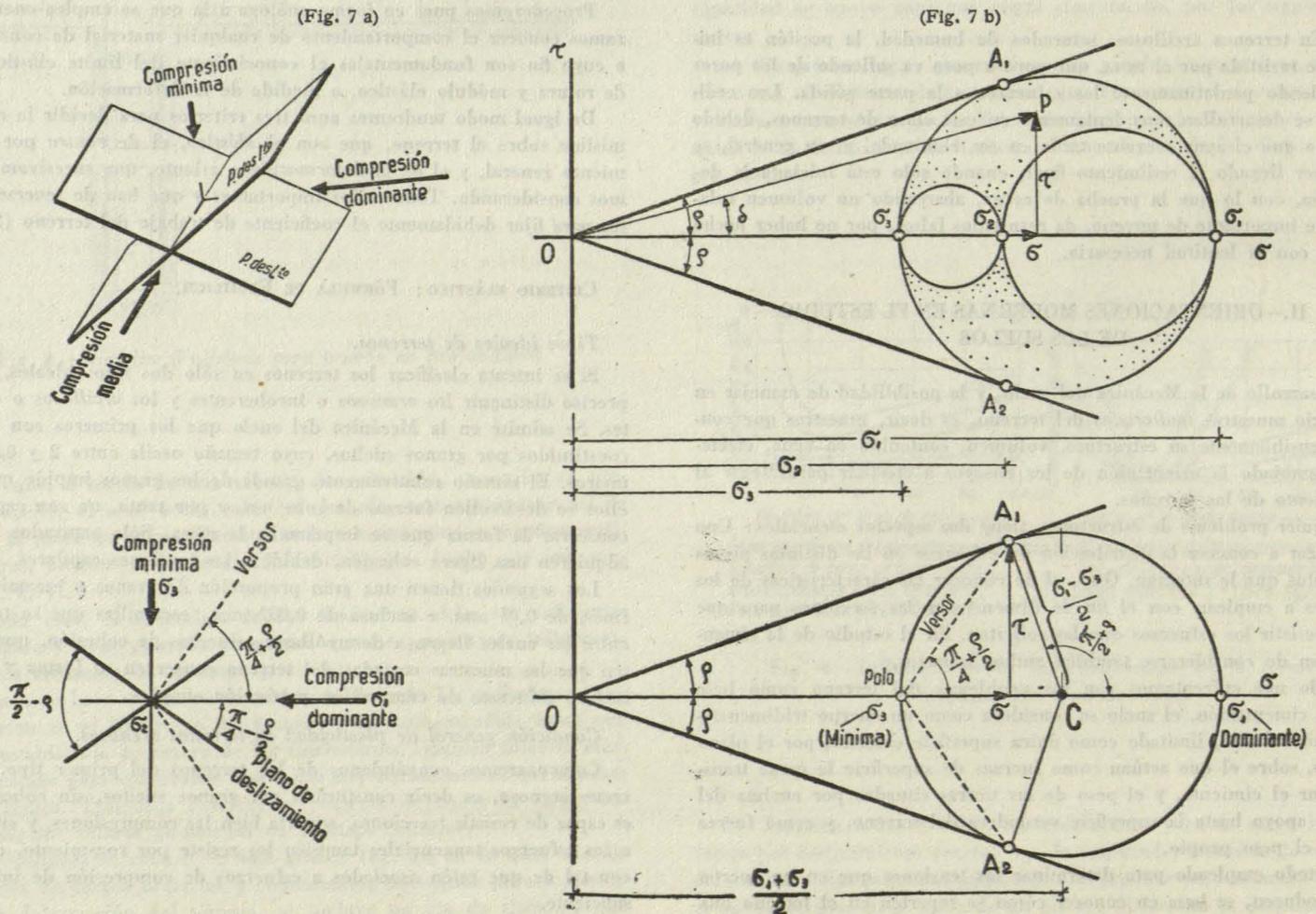
$$\text{tg } \delta = \frac{\tau}{\sigma}$$

Como este ángulo δ no puede ser mayor que el de rozamiento se comprende que la totalidad de los círculos principales de Mohr en cualquier estado límite de equilibrio de una masa de granos sueltos, debe ser a lo más tangente a las rectas OA_1 y OA_2 que forman el ángulo de rozamiento ρ con el eje $O\sigma$, constituyendo ambas rectas la llamada curva de resistencia intrínseca de las arenas.

Para una masa de tierras en reposo, la totalidad de los círculos principales correspondientes a sus diferentes puntos deben quedar en el interior del ángulo $A_1 O A_2$ siendo tangente a ambos lados un círculo principal en el estado límite entre reposo y movimiento.

Busquemos ahora en un punto la orientación de los planos de más probable deslizamiento. No son éstos como en un principio pudiera pa-

Fig. 7.—Planos de deslizamiento y curva de resistencia intrínseca de las arenas.



recer los de máximo esfuerzo tangencial, sino los correspondientes a los puntos A_1 y A_2 , en los cuales

$$\frac{\tau}{\sigma} = \operatorname{tg} \rho$$

Las orientaciones de las dos secciones correspondientes a estos planos se deducen de los versores que, trazados por el Polo, pasan por A_1 y A_2 . Estos forman con la *compresión dominante* (fig. 7 b) el ángulo $\pi/4 + \rho/2$ (mitad del central correspondiente), mientras el correspondiente plano de deslizamiento forma el ángulo complementario $\pi/4 - \rho/2$. (fig. 7 a). El otro plano de deslizamiento es simétrico. En resumen, puede decirse: En toda masa de tierras pueden llegar a existir dos familias de superficies de deslizamiento, que quedan definidas por ser tangentes en cada punto a los planos de deslizamiento. Ambas superficies se cortan en cada punto según la dirección de la compresión principal *media*, forman entre sí el ángulo $\pi/2 - \rho$ y están dispuestas simétricamente con respecto a la compresión *dominante*, formando con ésta ángulos $\pi/4 - \rho/2$.

De la observación del Diagrama de Mohr (Fig. 7) se deduce, además

$$\frac{CA_1}{CO} = \operatorname{sen} \rho \quad \text{en la que sustituyendo} \quad CA_1 = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

$$CO = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$$

se obtiene la condición necesaria para la iniciación de movimientos plásticos o de deslizamiento en las arenas

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3} = \operatorname{sen} \rho$$

que es llamada *condición general de plasticidad de Rankine*, que puede aplicarse a la investigación de los límites del equilibrio elástico en una masa de arenas bajo cualquier sollicitación.

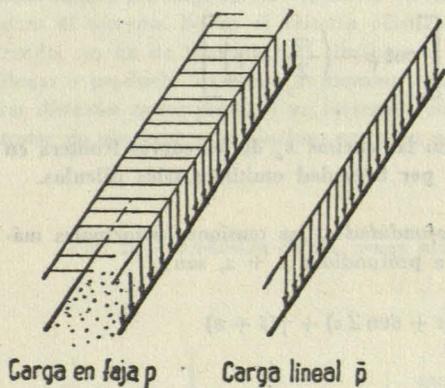


Fig. 8.—Carga en faja y carga lineal.

Para buscar la condición de que el terreno bajo una zapata trabaje *elásticamente*, sin fluir en ningún punto, es suficiente considerar el tipo de carga denominado *en faja* (Fig. 8), que corresponde al caso de la cimentación de un muro indefinido. Como caso límite consideraremos la carga *lineal*. Ambos casos los estudiaremos en superficie y a profundidad, considerando, desde luego, el peso propio del terreno. Empezaremos por la carga lineal, que es caso más elemental. El estado de deformación es plano, y las tensiones más características pueden conocerse estudiando una rebanada de espesor unidad. No obtendremos las fórmulas de la distribución de tensiones, que pueden verse en los tratados de Elasticidad (10).

Para las tensiones producidas por el peso propio del terreno, admitiremos la distribución hidrostática

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \gamma z$$

siendo γ el peso específico aparente del terreno, y z la profundidad del punto considerado.

Carga lineal.—El estado de tensión en una rebanada, prescindiendo por el momento del peso propio, es simple, y la distribución de esfuerzos *radial*, partiendo del punto de aplicación de la carga. Una familia de isostáticas está constituida por los radios que parten de O, y la otra, por circunferencias de centro en O (fig. 9). La magnitud de las tensiones puede representarse mediante las *isobaras*, o líneas de igual presión, y la manera de propagarse las presiones puede comprenderse mediante la representación de σ_x , σ_y y τ_{xy} en un conjunto de secciones verticales y horizontales.

Si es \bar{p} la carga *por unidad de longitud* ($\bar{p} = P/e$) (Fig. 10), las tensiones principales, máxima y mínima, según el plano de la rebanada son (10):

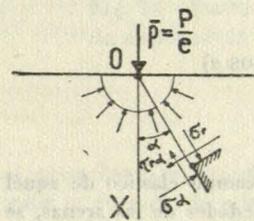


Fig. 10.—Ejes.

$$\sigma_1 = \frac{2\bar{p}}{\pi\gamma} \cos \alpha$$

$$\sigma_3 = 0$$

Existe otra tensión principal, σ_2 de compresión, intermedia entre las anteriores y que, por tanto, carece de interés.

Superponiendo a esta sollicitación la compresión hidrostática originada por el peso propio, se obtienen los valores finales:

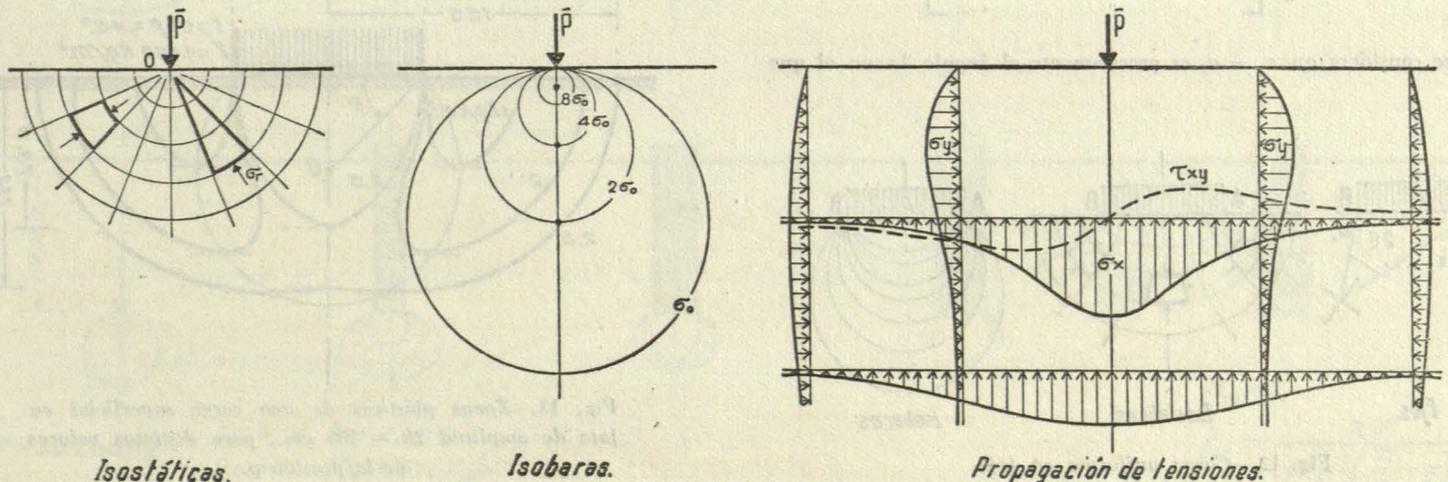
$$\sigma_1 = \frac{2\bar{p}}{\pi\gamma} \cos \alpha + \gamma z \cos \alpha$$

$$\sigma_3 = \gamma z \cos \alpha$$

y sustituyendo éstos en la condición de Rankine

$$\sigma_1 - \sigma_3 = k (\sigma_1 + \sigma_3) \quad k = \operatorname{sen} \rho \quad \rho = \operatorname{ang. rozto.}$$

Fig. 9.—Isostáticas, isobaras y propagación de tensiones de una carga lineal.



se obtendrá la ecuación de la frontera inicial entre el campo elástico y el de los puntos que sufrirían deslizamientos plásticos, por no cumplirse en ellos la condición de equilibrio de masas arenosas.

$$\frac{2\bar{p}}{\pi r} \cos \alpha = 2k \left(\frac{\bar{p}}{\pi r} \cos \alpha + \gamma r \cos \alpha \right)$$

Despejando r^2 y simplificando

$$r^2 = \frac{1-k}{k} \cdot \frac{\bar{p}}{\pi \gamma} \quad \text{es decir} \quad r = \text{Const.}$$

Esta frontera es un cilindro circular cuyo eje es la propia línea de situación de la carga (Fig. 11).

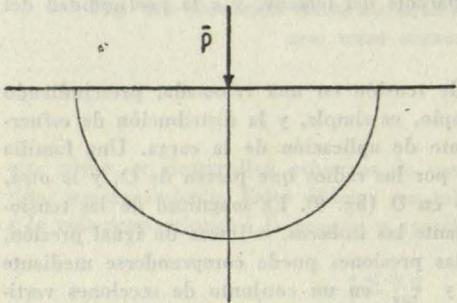


Fig. 11.—Zona plástica de la carga lineal.

Si la carga actúa a la profundidad t , las tensiones totales, a profundidad $t + z$, superposición de las originadas por la carga lineal y la presión hidrostática debida al peso propio del terreno, son

$$\sigma_1 = \frac{2\bar{p}}{\pi r} \cos \alpha + \gamma (t + r \cos \alpha)$$

$$\sigma_3 = \gamma (t + r \cos \alpha)$$

La ecuación de la frontera inicial que limita el campo elástico de aquél cuyas tensiones no son compatibles con las propiedades de las arenas, se deducirá como antes, sustituyendo dichas tensiones en la condición de Rankine,

$$r^2 + \frac{t}{\cos \alpha} r - \frac{\bar{p}}{\pi \gamma} \cdot \frac{1-k}{k} = 0$$

A medida que aumenta la profundidad t se reducen las dimensiones del campo plástico, pero éste no llega a desaparecer totalmente.

Carga uniforme en faja.—Para carga uniforme local p por unidad de área, actuando en superficie (Fig. 12), si se prescinde de las fuerzas de masa, la Teoría de Elasticidad (10) da las tensiones siguientes:

$$\sigma_1 = \frac{p}{\pi} \left[\alpha_2 - \alpha_1 + \text{sen} (\alpha_2 - \alpha_1) \right]$$

$$\sigma_3 = \frac{p}{\pi} \left[\alpha_2 - \alpha_1 - \text{sen} (\alpha_2 - \alpha_1) \right]$$

que si se considera que $\alpha_2 - \alpha_1$ es precisamente el ángulo 2ϵ con el que

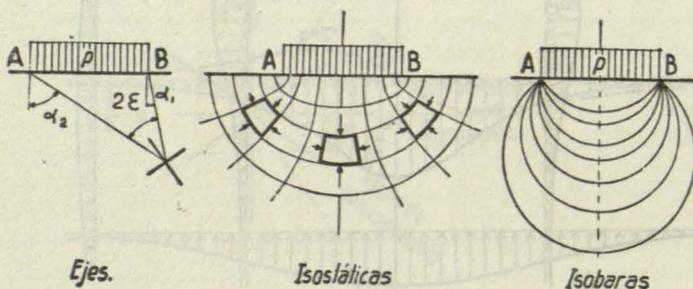


Fig. 12.—Carga uniforme en faja.

se ve la faja desde el punto C, permite introducirlo en dichas fórmulas simplificándolas. Si además superponemos la compresión hidrostática que suponemos origina el peso propio del terreno, se obtendrán las siguientes tensiones finales, en un punto a profundidad z :

$$\sigma_1 = \frac{p}{\pi} (2\epsilon + \text{sen} 2\epsilon) + \gamma z$$

$$\sigma_3 = \frac{p}{\pi} (2\epsilon - \text{sen} 2\epsilon) + \gamma z$$

Sustituyendo estas tensiones en la condición de plasticidad de Rankine, se obtiene, como siempre, la ecuación de la superficie frontera inicial entre el campo elástico y la zona cuyo equilibrio sin desplazamientos es imposible

$$\frac{p}{\pi} \text{sen} 2\epsilon = k \left(\frac{p}{\pi} \cdot 2\epsilon + \gamma z \right)$$

de la cual se despeja

$$z = \frac{p}{\pi \gamma} \left(\frac{\text{sen} 2\epsilon}{k} - 2\epsilon \right)$$

A cada valor del parámetro ϵ corresponde una circunferencia que contiene los puntos desde los cuales se ve el segmento AB bajo el ángulo 2ϵ (arco capaz de 2ϵ). Para un valor dado de la presión unitaria p corresponde un punto de la frontera a profundidad z sobre cada circunferencia correspondiente a un valor de 2ϵ . Derivando la ecuación de z respecto a ϵ se deduce que, para todas las curvas, el máximo z_m corresponde a

$$\frac{2 \cos 2\epsilon_m}{k} - 2 = 0 \quad \text{o sea} \quad \cos 2\epsilon_m = \text{sen} \rho$$

$$2\epsilon_m = \frac{\pi}{2} - \rho$$

por lo que los máximos de las distintas fronteras, correspondientes a distintos valores de p , están todos sobre el arco capaz del ángulo ρ trazado sobre AB, arco cuyo radio es $r_m = b/\cos \rho$ (Fig. 13). El valor de z_m se obtiene llevando a la ecuación el valor $2\epsilon_m = \pi/2 - \rho$

$$z_m = \frac{p}{\pi \gamma} \left[\cot \rho - \left(\frac{\pi}{2} - \rho \right) \right]$$

Pueden determinarse también las abscisas x_0 de las curvas frontera en la superficie del terreno, pero por brevedad omitimos tales cálculos.

Si la carga actúa a una profundidad t , las tensiones principales máxima y mínima, en un punto a profundidad $t + z$, son:

$$\sigma_1 = \frac{p}{\pi} (2\epsilon + \text{sen} 2\epsilon) + \gamma (t + z)$$

$$\sigma_3 = \frac{p}{\pi} (2\epsilon - \text{sen} 2\epsilon) + \gamma (t + z)$$

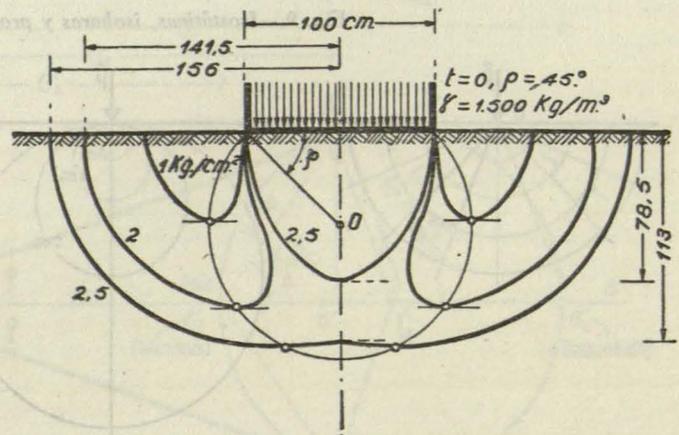


Fig. 13.—Zonas plásticas de una carga superficial en faja de amplitud $2b = 100$ cm., para distintos valores de la presión p .

y las curvas frontera de los campos elástico y plástico iniciales, son:

$$\varepsilon = \frac{p}{\pi \gamma} \left(\frac{\sin 2\varepsilon}{k} - 2\varepsilon \right) - t$$

La abscisa en el origen de todas las curvas frontera, es siempre b , y la ordenada máxima z_m corresponde para todas, como antes, a $2\varepsilon_m = \frac{\pi}{2} - \rho$ (Fig. 14), con lo que los máximos de z

$$z_m = \frac{p}{\pi \gamma} \left[\cot \rho - \left(\frac{\pi}{2} - \rho \right) \right]$$

se producen como en el caso anterior, cualquiera que sea el valor de p en los puntos del arco capaz de ρ trazado sobre el segmento AB.

Es interesante en este momento destacar una observación común a los cuatro casos considerados. Al producirse deslizamientos en la masa del terreno, dejará de comportarse éste como elástico, y evidentemente se producirá una redistribución de las tensiones, concentrándose éstas bajo la carga, con la consiguiente alteración en la forma de las superficies frontera. Por eso hemos destacado repetidamente, que éstas corresponden al instante inicial. Ahora bien, el estudio de esta alteración tiene para nuestros fines poco interés, ya que el móvil de nuestro estudio, es el de buscar la condición necesaria para que no lleguen a producirse zonas de deslizamiento bajo un cimiento, y por ello, más que la forma verdadera de dichas zonas, lo que interesa es conocer las condiciones, para que éstas no lleguen a existir, y para ello es suficiente que no se produzcan las iniciales.

RESUMEN DE RESULTADOS: CARGA MARGINAL CRÍTICA DE FRÖHLICH.

Con lo expuesto queda concluido el estudio de los campos plásticos iniciales, que bajo una carga uniforme, lineal y en faja, se producen, tanto cuando éstas actúan en superficie, como si ejercen su acción en profundidad. Naturalmente, no es posible transmitir al terreno una fuerza aislada propiamente dicha, y tal problema sólo ha sido estudiado como caso límite. La carga ha de repartirse en una zona que resulte soportable para el terreno. Según el criterio elástico, que estamos ahora considerando, no ha de transmitir el cimiento al terreno una carga que pueda llegar a producir fluencias, ni siquiera locales. Reunamos en una figura las distintas zonas plásticas ya marcadas en las figuras 11, 13 y 14, para tratar de observar su evolución, tanto en superficie como en profundidad

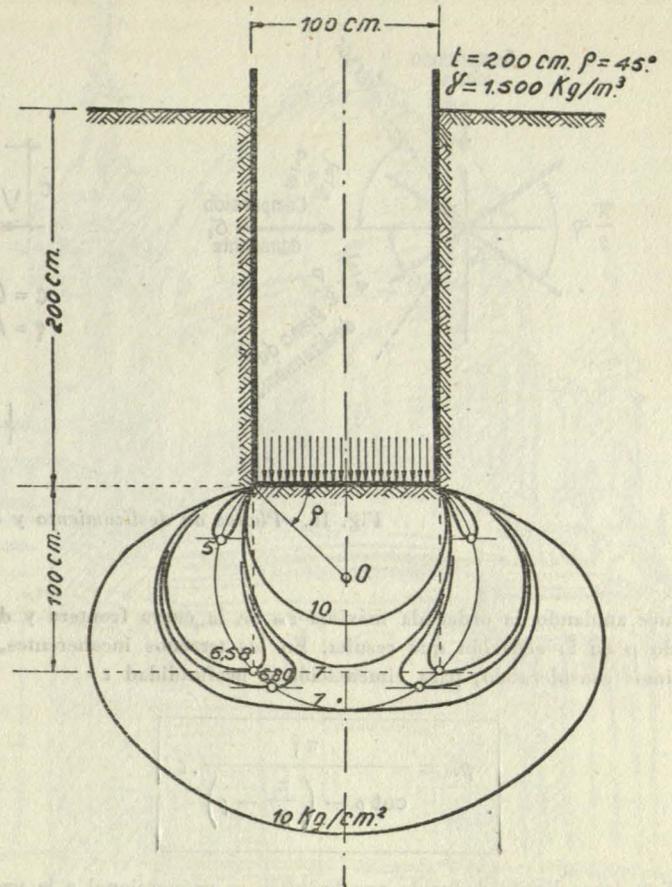
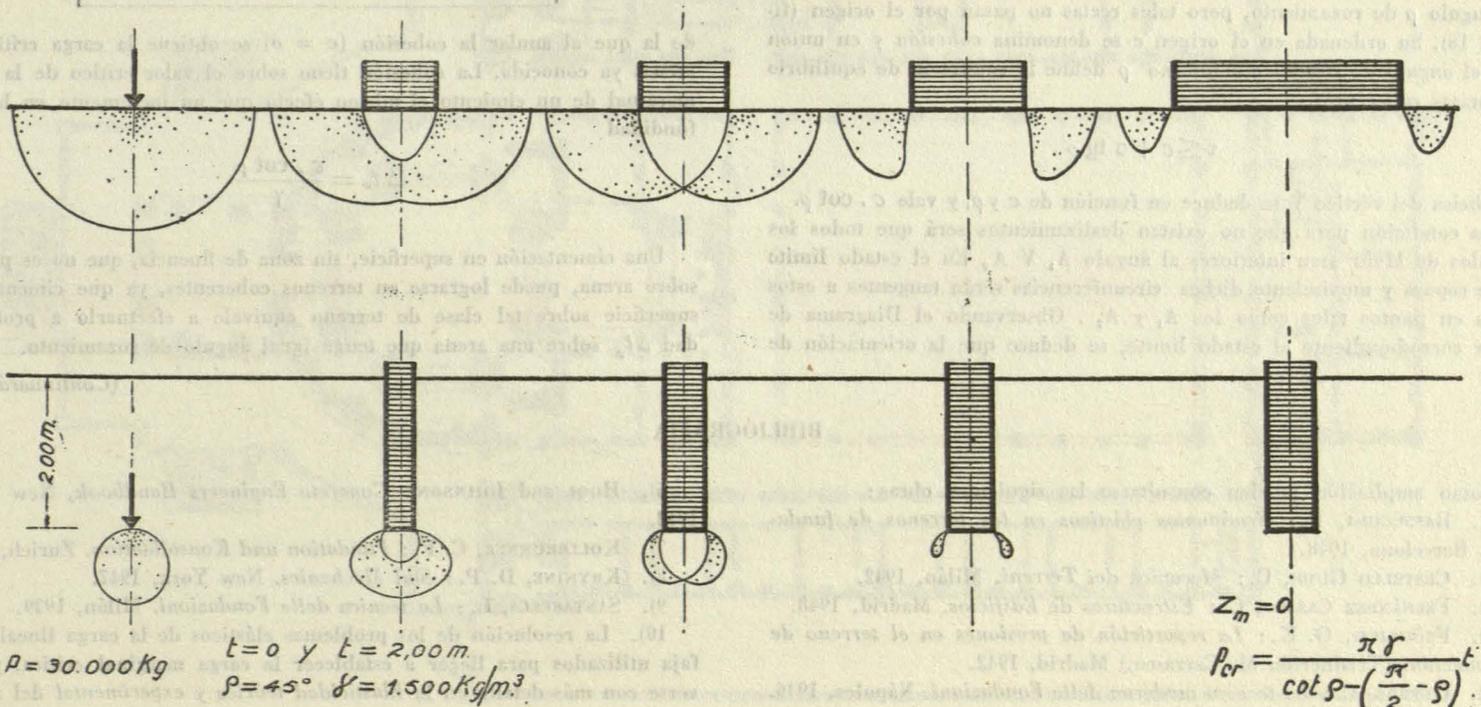


Fig. 14.—Zonas plásticas de una carga profunda en faja de amplitud $2b = 100$ cm., para distintos valores de la presión p .

al ensancharse la superficie de contacto, supuesto que la carga a transmitir es en todas la misma. Del examen de las distintas fases se deduce que las zonas plásticas se reducen al disminuir la presión unitaria.

Sin embargo, la zona plástica no se anula nunca totalmente si la carga actúa en superficie, en cambio, sí llega a desaparecer cuando se hace descender el plano de apoyo. Para cada profundidad existe una carga crítica límite, para que no se produzca la fluencia, cuyo valor se

Fig. 15.—Evolución de las zonas plásticas iniciales en superficie y a profundidad, a medida que se reduce la presión unitaria por ensanchamiento del cimiento: Carga crítica de Fröhlich.



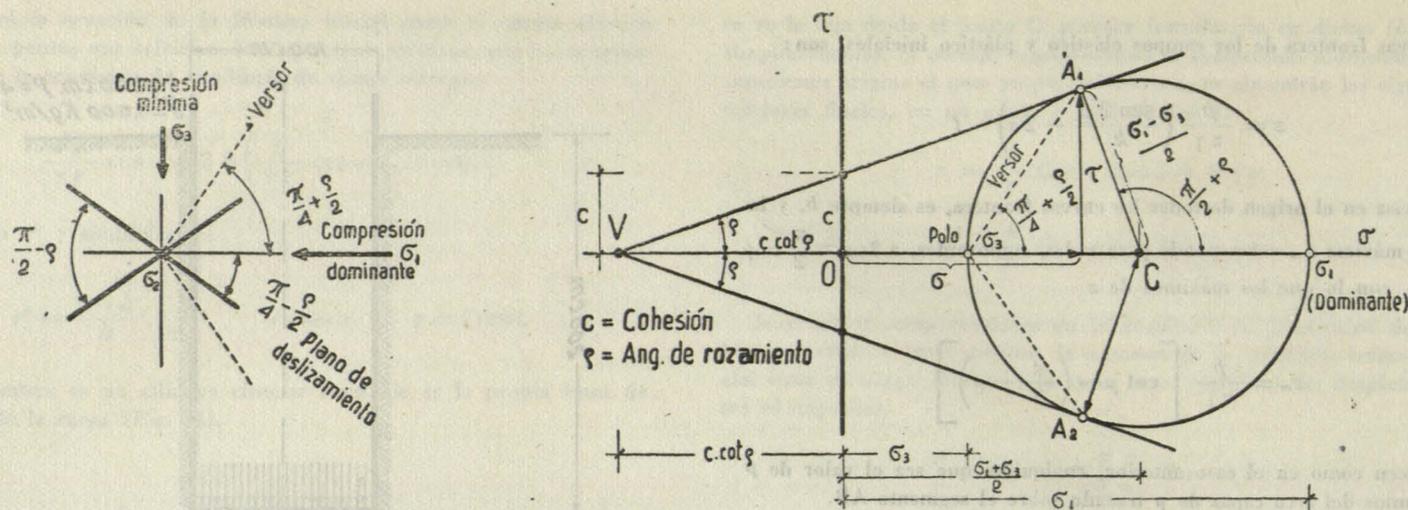


Fig. 16.—Planos de deslizamiento y curva de resistencia intrínseca en terrenos coherentes.

deduce anulando la ordenada máxima z_m de la curva frontera y despejando p en la ecuación que resulta. En los terrenos incoherentes, que venimos considerando, para cimentación a profundidad t

$$p_{er} = \frac{\pi \gamma}{\cot \rho - \left(\frac{\pi}{2} - \rho\right)} \cdot t$$

Esta carga límite deducida por Fröhlich es proporcional a la profundidad t . El coeficiente de proporcionalidad depende del peso específico aparente γ del terreno situado sobre el plano de apoyo y del ángulo de rozamiento ρ del terreno bajo el cimiento.

Sobre este valor crítico de la carga dice Fröhlich (4): «Esta condición es válida independientemente de la anchura de la faja $2b$. Fué obtenida en el supuesto del problema plano; pero puesto que se refiere a aquel momento del fenómeno para el cual la zona plástica puede ser considerada como infinitamente pequeña, vale tanto para superficie cargada circular como en faja, y es independiente del diámetro de la misma; por tanto, puede utilizarse para superficies cargadas, tanto elípticas como rectangulares. El cálculo conduce a esta misma ecuación, aunque se suponga que la carga obtenida sólo existe en los bordes, creciendo o decreciendo hacia adentro. Por esto hemos llamado a p_{er} carga crítica en los bordes.»

La carga marginal crítica en terrenos coherentes.

Los terrenos coherentes pueden incluso resistir esfuerzos de tracción. La curva de resistencia intrínseca se admite generalmente que está en ellos constituida también por dos rectas que forman con el eje de las σ el ángulo ρ de rozamiento, pero tales rectas no pasan por el origen (figura 16). Su ordenada en el origen c se denomina cohesión y en unión con el ángulo de rozamiento interno ρ define la condición de equilibrio en masas coherentes.

$$\tau \leq c + \sigma \operatorname{tg} \rho$$

La abscisa del vértice V se deduce en función de c y ρ , y vale $c \cdot \cot \rho$.

La condición para que no existan deslizamientos será que todos los círculos de Mohr sean interiores al ángulo $A_1 V A_2$. En el estado límite entre reposo y movimiento dichas circunferencias serán tangentes a estos lados en puntos tales como los A_1 y A_2 . Observando el Diagrama de Mohr correspondiente al estado límite, se deduce que la orientación de

los planos de deslizamiento es independiente de la cohesión y depende sólo del ángulo de rozamiento interno, por lo cual, igual que en las arenas se cortan dichos planos según el eje de la compresión media, son simétricos respecto de la dominante y forman entre sí el ángulo $\pi/2 - \rho$.

Fácilmente se generaliza la condición de plasticidad a las arcillas. Del Diagrama de Mohr se deduce:

$$\frac{CA_1}{CV} = \operatorname{sen} \rho = k \quad \text{y como} \quad CA_1 = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

$$CV = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + c \cdot \cot \rho$$

sustituyendo, obtendremos

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = k \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + c \cdot \cot \rho \right)$$

que es denominada condición general de plasticidad de Mohr, que ha de aplicarse a terrenos coherentes. También es de aplicación en arcillas saturadas de humedad, pero entonces sólo es admisible si la puesta en carga es lenta.

Sustituyendo las tensiones principales obtenidas en los casos anteriores en la condición de Mohr en vez de en la de Rankine se obtienen las curvas fronteras para tierras coherentes. Anulando la ordenada z_m se obtiene la carga marginal crítica de Fröhlich para suelos coherentes

$$p_{er} = \frac{\pi \gamma}{\cot \rho - \left(\frac{\pi}{2} - \rho\right)} \cdot \left(t + \frac{c \cdot \cot \rho}{\gamma} \right)$$

de la que al anular la cohesión ($c = 0$) se obtiene la carga crítica en arenas ya conocida. La cohesión tiene sobre el valor crítico de la carga marginal de un cimiento el mismo efecto que un incremento en la profundidad

$$\Delta t_e = \frac{c \cdot \cot \rho}{\gamma}$$

Una cimentación en superficie, sin zona de fluencia, que no es posible sobre arena, puede lograrse en terrenos coherentes, ya que cimentar en superficie sobre tal clase de terreno equivale a efectuarlo a profundidad Δt_e sobre una arena que tenga igual ángulo de rozamiento.

(Continuará.)

BIBLIOGRAFIA

Como ampliación pueden consultarse las siguientes obras:
 1). BASSEGODA, B.: *Fenómenos plásticos en los terrenos de fundación*. Barcelona, 1948.
 2). CESTELLO GUIDI, C.: *Mecanica dei Terreni*. Milán, 1942.
 3). FERNÁNDEZ CASADO, C.: *Estructuras de Edificios*. Madrid, 1948.
 4). FRÖHLICH, O. K.: *La repartición de presiones en el terreno de cimentación*. (Traducción M. Carrasco.) Madrid, 1942.
 5). GUERRA, C.: *La tecnica moderna delle Fondazioni*. Nápoles, 1946.

6). HOOL and JOHNSON: *Concrete Engineers Handbook*, New York, 1918.
 7). KOLLBRUNNER, C. F.: *Foundation und Konsolidation*. Zurich, 1946.
 8). KRYNINE, D. P.: *Soil Mechanics*. New York, 1947.
 9). SANTARELLA, L.: *La tecnica delle Fondazioni*. Milán, 1939.
 10). La resolución de los problemas elásticos de la carga lineal y en faja utilizados para llegar a establecer la carga marginal crítica, puede verse con más detalle en la *Elasticidad teórica y experimental* del autor.