

MÉTODOS MATEMÁTICOS EN ARQUITECTURA

CONFERENCIA DICTADA EN EL SEGUNDO SEMINARIO INTERNACIONAL E. GALION, SOBRE "LA CONCRETIZACIÓN EN LA MATEMÁTICA", EN FRYKSAS, SUECIA, 4-13 JULIO 1971 Y ESTA EDITADA EN UN VOLUMEN QUE RECOGE TODAS LAS INTERVENCIÓNES, POR LA O.C.D.L. HATIER.

Anna Bofill. Taller de Arquitectura.

En el cuadro de este Seminario, sobre la "Concretización en matemática" he pensado que podría ser interesante presentar algunas investigaciones que habíamos hecho manejando figuras geométricas en el espacio y utilizando nociones matemáticas para obtener agrupamientos de viviendas. Algunas están ya realizadas y otras están a punto de ser construidas; el conjunto se ha hecho sobre maquetas, planos y esquemas, simbolizando todo el proyecto.

En el dominio de las formas arquitectónicas hemos constatado que ciertos modelos matemáticos muy sencillos ofrecen grandes posibilidades para organizar el espacio urbano.

Se utilizan, desde hace mucho tiempo, conceptos matemáticos en arquitectura: la mecánica racional (resistencia de los materiales, cálculo de estructuras, etc.). Actualmente, el urbanismo, los problemas de circulación, de infraestructura, de distribución, de planificación recurrente, cada vez más, a modelos matemáticos.

En esta exposición, vamos a tratar más especialmente los problemas estrictamente formales que intervienen en el tratamiento de las formas

arquitectónicas y urbanas introduciendo un lenguaje del que nosotros analizaremos únicamente la sintaxis.

Nuestro trabajo está esencialmente fundado en la investigación de formas. Hemos pensado que era fundamental establecer una metodología nueva, sin hacer uso de los resultados y de las consideraciones clásicas —no estamos al servicio de instituciones que sostienen el statu social de la sociedad— pero, por el contrario, hacemos una investigación sobre nuevas estructuras formales, poniendo en evidencia las contradicciones en arquitectura y en sus dominios anexos, como por ejemplo: la solución inmediata de los problemas del habitat y la imagen de la ciudad futura; el control de la forma, su estandarización y su industrialización, en oposición a la flexibilidad, a la adaptabilidad, a la variabilidad, al desorden y a la anarquía; el progreso técnico y, por tanto, su dependencia a ciertos intereses económicos, etc. Intentamos, con medios limitados, proponer una transformación de nuestro medio ambiente y, por lo tanto, de nuestra sociedad.

Desde 1964, para cada proyecto utilizamos un método fundado en una interacción constante entre las ideas a priori de organización del espacio con vista a objetivos concretos y, de otra parte, los resultados de los análisis sobre las necesidades sociales, las condiciones impuestas por la financiación, las posibilidades tecnológicas y, en fin, las reglas jurídicas. Llamamos "modelos urbanos" a los resultados concretos así obtenidos.

Podemos examinar un conjunto arquitectónico o urbano desde dos puntos de vista fundamentales:

1. En su totalidad, tal como se vería desde un helicóptero, o en una maqueta; en este caso, percibimos su estructura geométrica global.

2. Parcialmente, por secuencias espacio-temporales, tal como se ve por una persona que va por una calle; en este caso, percibimos esencialmente las relaciones entre dos elementos contiguos.

En otros términos, podemos observar un conjunto urbano a dos niveles diferentes:

a) El primer punto de vista corresponde a la

división del conjunto en dos partes principales: la infraestructura y el espacio que ella encierra. La infraestructura se compone de varias retículas coincidentes o no, definiendo la estructura del soporte, los conductos energéticos y audiovisuales y las circulaciones verticales y horizontales. Notemos que, hasta el presente, nos hemos limitado a trazados ortogonales, porque la técnica no permite todavía utilizar otros ángulos que los ángulos rectos. Hemos encontrado, para el espacio limitado por estas redes, estructuras formales que permiten organizarlo de modo ordenado y simétrico. Estas estructuras están engendradas por unos elementos (de diferentes tipos según la utilización) y determinadas leyes de formación. Estas leyes son de tipo combinatorio o de desplazamientos en el espacio caracterizando un proceso recursivo. La elección de los elementos está en función de la escala o de la magnitud del proyecto, el de las leyes de formación depende de la imagen que se quiera obtener, pero también de las condiciones financieras, técnicas y jurídicas.

b) El segundo corresponde a la observación de las partes del conjunto. Aquí, los elementos son considerados como objetos funcionales: puertas, paneles, pilares, techos, ventanas, escaleras, balcones, así como todos los elementos que no forman parte de la infraestructura ni de las membranas que delimitan los espacios. Estudiamos las relaciones entre estos objetos y, por otra parte, entre estos objetos y el conjunto. Definimos así unas "leyes de comportamiento" y a partir de aquí procedemos a la elección de las texturas, de los colores y del tratamiento de los pequeños detalles.

Otra razón nos conduce a proceder así: es la posibilidad de controlar el proyecto en su totalidad y, por otra parte, su realización, con la ayuda de un sistema de representación formal. Observemos de paso que los resultados no parece que se hayan obtenido por estas vías, al contrario, dan la impresión de ser divertimientos del espíritu, frutos de actos irreflexivos, un poco anárquicos y sin orden; es precisamente la cualidad más atractiva, la más llamativa de este método. Otro interés de tal técnica: podemos realizar un gran conjunto, una ciudad por ejemplo, por etapas sucesivas, cada una de ellas constituyendo una unidad bien definida, por el hecho de que el proceso de construcción es recursivo: es siempre posible ampliar y desarrollar una parte o el conjunto total.

El modelo urbano está dividido en espacios elementales diferenciados, limitados por la membrana (o planos) definida por los trazados infraestructurales; poseen las características siguientes:

utilizado para vivienda	no utilizado para vivienda
expuesto al clima (exterior)	protegido del clima (interior)

Estas antinomias conducen a cuatro tipos fundamentales de espacios. Conviene además establecer como hipótesis que el espacio total no tiene direcciones privilegiadas. Si el modelo urbano está engendrado a partir de un punto en una dirección cualquiera y si el desarrollo tiene lugar al mismo tiempo en todas las direc-

ciones, entonces el modelo puede estar inscrito en una esfera. Este es el caso ideal, que da el maximum de posibilidades formales, la mayor flexibilidad y la mayor riqueza para tomar en consideración las exigencias reales.

El primer proyecto que se ha elaborado con este proceso metodológico es el del "Barrio Gaudí", en Reus, en 1964. Nos pidieron construir 2.000 apartamentos para obreros, cada apartamento debía tener 65 m.² de superficie. Teníamos, por otra parte, objetivos muy claros sobre las características urbanas del conjunto y se quería, además, que el proyecto fuera sistematizable e industrializable. Tomamos un módulo cuadrado de 3,80 m. de lado y colocamos pilares de soporte en los módulos de la trama. Las piezas elementales son los cubos interiores; un apartamento está constituido por cuatro cubos y medio, habíamos escogido aquéllos que mejor se adaptaban al programa impuesto y a nuestros objetivos, uno de los cuales era constituir grupos de ocho a 10 apartamentos alrededor de un patio interior que permitiera la ventilación, el alumbrado y el acceso a los apartamentos. De este modo obteníamos tres tipos:

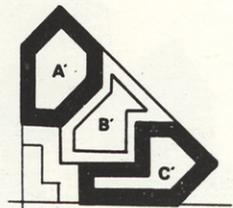
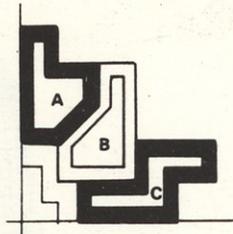


Fig. 1

que repetidos cuatro veces, según dos ejes de simetría, formaban el "nucleo" alrededor de un patio central.

También era posible girar cada plano de fachada un ángulo de 45° para evitar los enfrentamientos: de este modo obteníamos lo que se llama "nucleo girado" que conserva la misma superficie y el mismo patio interior.

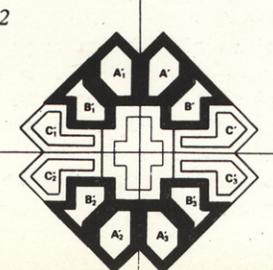
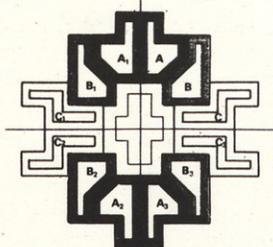


Fig. 2

Seguidamente buscamos todas las posibilidades de asociación de dos núcleos partiendo de la posibilidad de obtener patios interiores de diferentes dimensiones; se obtiene así lo que se llama "diplos".

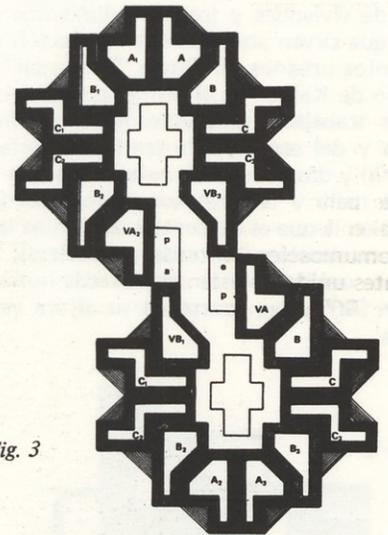
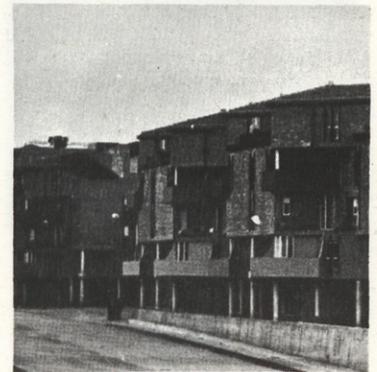


Fig. 3

Elegimos aquéllos que son más interesantes y, agrupándolos de nuevo, formamos el conjunto total, ordenado perfectamente, aunque este orden no sea aparente a primera vista.

Conseguimos además otros objetivos: eliminación de todos los apartamentos en que la mayoría de las fachadas estaban orientadas al norte; superposición de pisos combinando el "nucleo normal" con los "nucleos girados" de acuerdo con un criterio estético; sistematización de la incorporación de elementos yuxtapuestos (balcones, jardineras, chimeneas, ventanas, etc.) y de la elección de colores y materiales.

Fig. 4



En este proyecto, la tendencia general es la utilización de procedimientos recursivos, a fin de engendrar un conjunto a partir de elementos cada vez más grandes. En los proyectos posteriores hemos utilizado la combinatoria para poner en evidencia todas las posibilidades tipológicas de viviendas y los procedimientos recursivos que sirven aquí, para la formación de los conjuntos urbanos. En Sitges "El Castell" o "El castillo de Kafka" es el primer ejemplo, en que hemos trabajado simultáneamente al nivel de planta y del espacio. Un semi-cubo (estar-dormitorio) y dos cuartos de cubos adosados (cuartos de baño y terraza) son elementos de una espiral en la que el eje central determina las vías de comunicación (entradas y escaleras); las diferentes unidades están desplazadas horizontalmente 90° y un cuarto de su altura verticalmente:

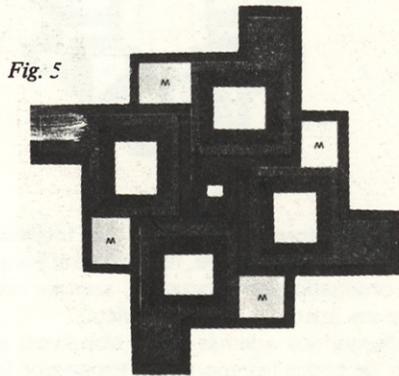


Fig. 5

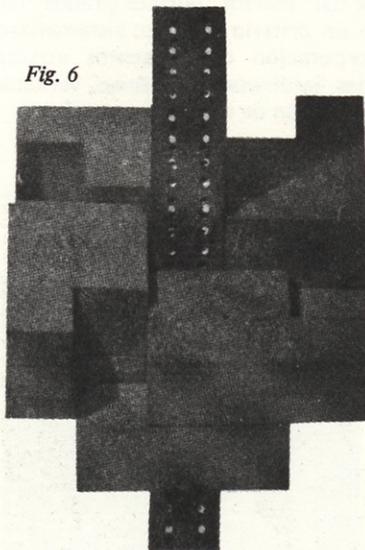


Fig. 6

Nueve de estas unidades forman un conjunto.

"La ciudad en el Espacio": este nombre es el del estudio teórico que hemos emprendido en 1968 y que se continúa actualmente.* Hemos hecho ya tres proyectos consiguiendo ciertos objetivos incluso en el estudio teórico y que constituyen las primeras verificaciones; toman en consideración diferentes aspectos de arquitectura y del urbanismo; uno de sus objetivos es definir agrupaciones residenciales de 5.000 a 50.000 habitantes. Desde el punto de vista de la organización espacial, el objetivo es buscar los elementos y definirlos, de poner en evidencia las leyes de generación que conducen a las es-

tructuras formales, teniendo en cuenta el conjunto, la autorregulación y la evolución del sistema.

Hemos utilizado una retícula tridimensional ortogonal; los elementos son cubos o paralelepípedos o elementos complejos formados a partir de éstos. Las leyes de formación son reproducciones por simetría, combinaciones, movimientos continuos (trayectorias) o discontinuos (saltos) (es decir, que los elementos de dos posiciones sucesivas se toquen o no se toquen).

He aquí los movimientos más interesantes para construir modelos urbanos.

1.º) Movimientos continuos:

Las traslaciones conducen a desarrollos lineales, horizontales, verticales o inclinados (se obtiene de esta manera una "ciudad lineal" o unidimensional). (Fig. 7)

Los movimientos helicoidales alrededor de un eje vertical, para las "ciudades jardín en el

espacio" y las de una gran densidad de población. (Figs. 8 y 9)

2.º) Movimientos discontinuos:

Por ejemplo los que corresponden al movimiento del "Caballo" del juego de ajedrez, en el espacio, y que conducen a desarrollos esféricos, utilizables en el caso de una aglomeración de gran densidad. A cada posición del caballo corresponde una unidad de habitación; los espacios no ocupados por el caballo son otros tipos de espacios. Partamos de un cubo: el primer movimiento del caballo corresponde a 24 posiciones. (Fig. 10)

El segundo movimiento (cada una de las posiciones precedentes es un punto de partida) conduce a la figura 11

Cada modelo formal corresponde a una clase de tipología urbana determinada por criterios de densidad y de utilización.

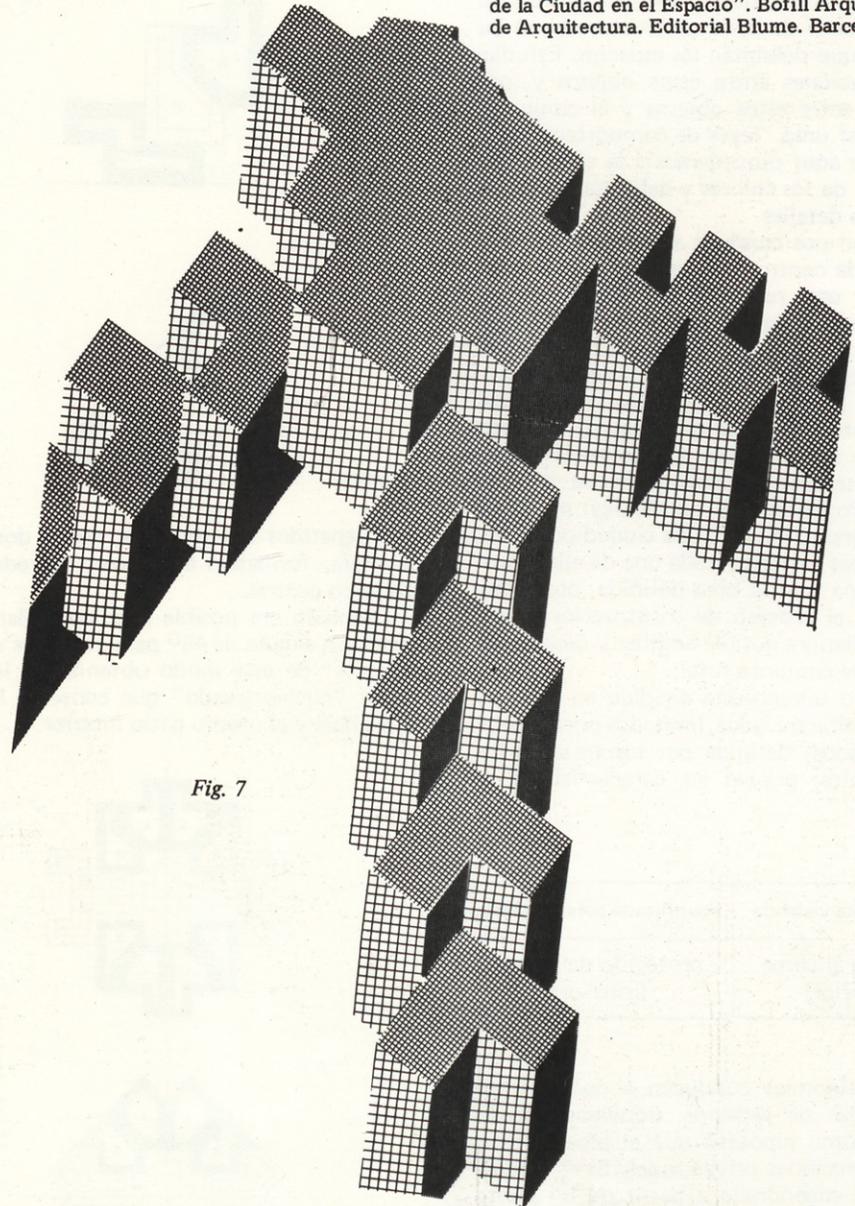


Fig. 7

*Primera publicación: "Hacia la formalización de la Ciudad en el Espacio". Bofill Arquitectos. Taller de Arquitectura. Editorial Blume. Barcelona 1968.

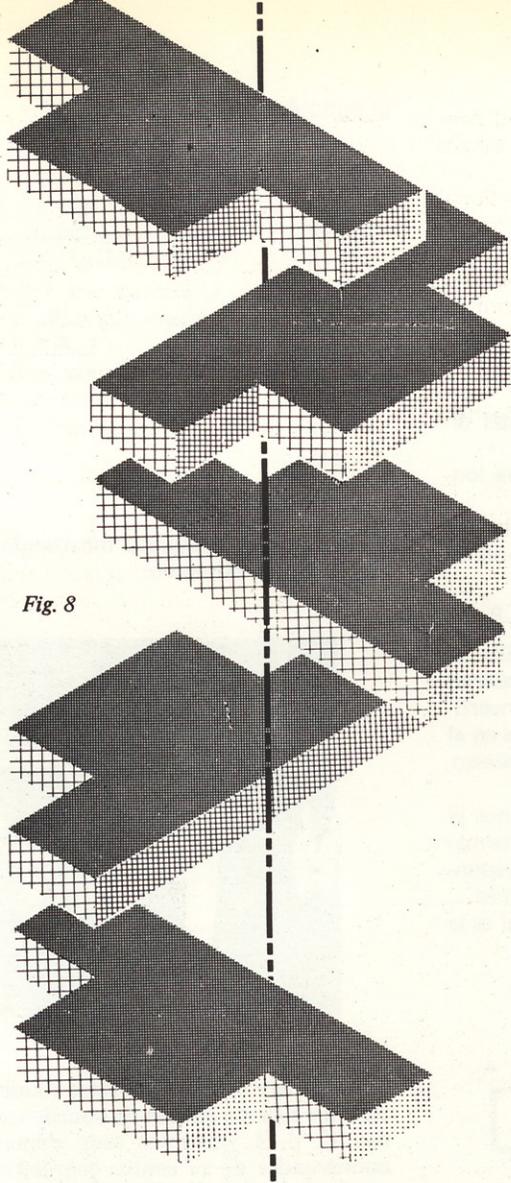


Fig. 8

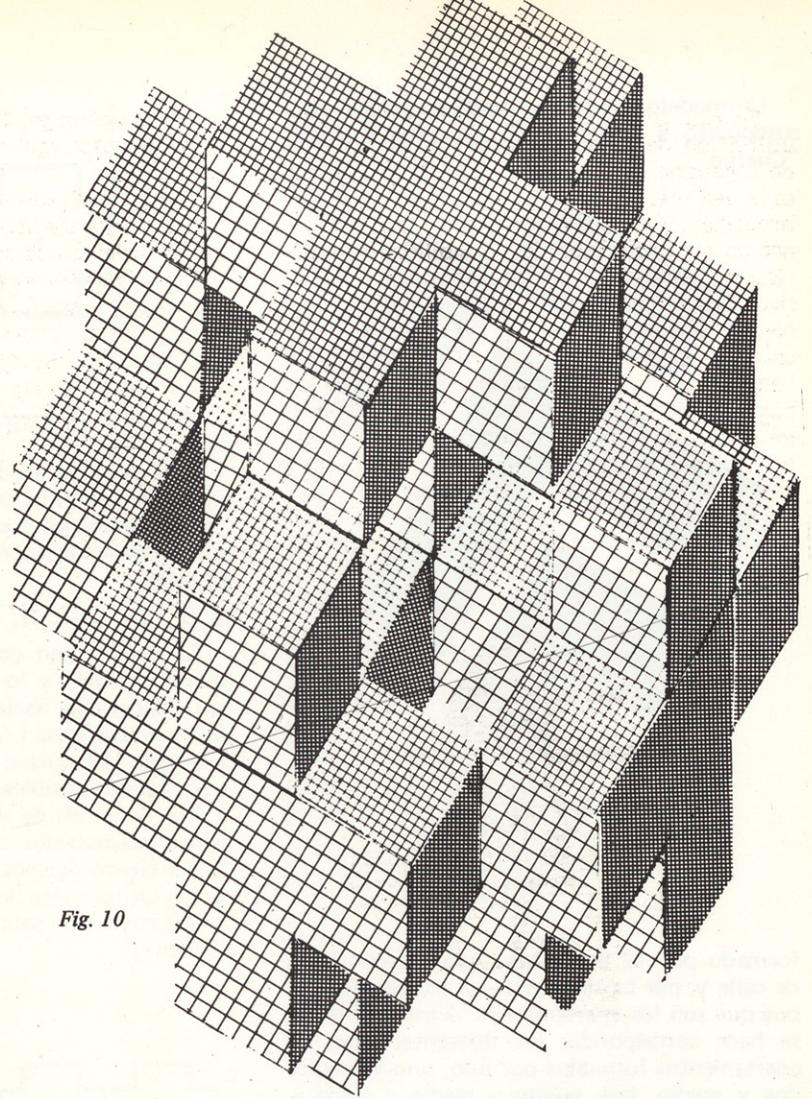


Fig. 10

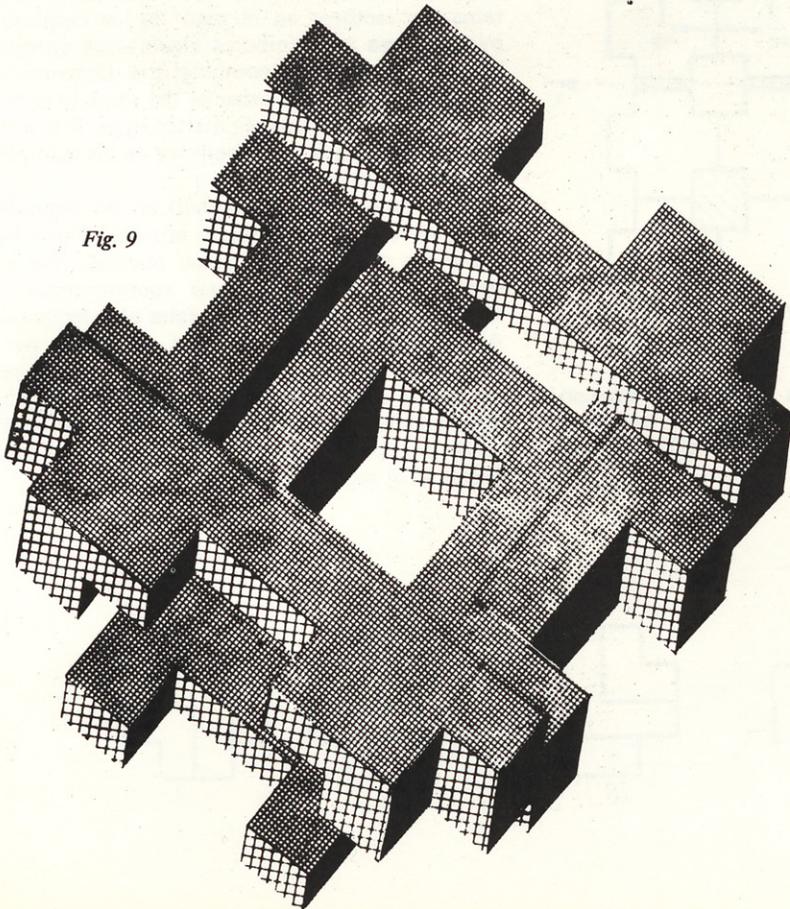


Fig. 9

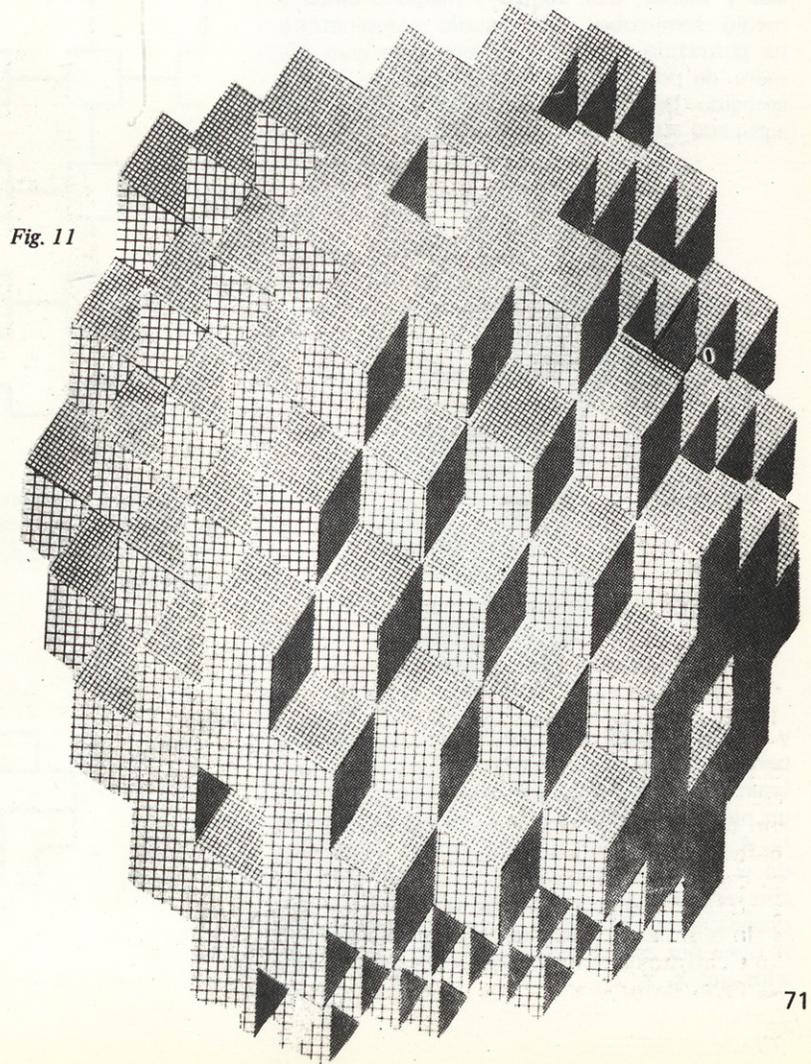
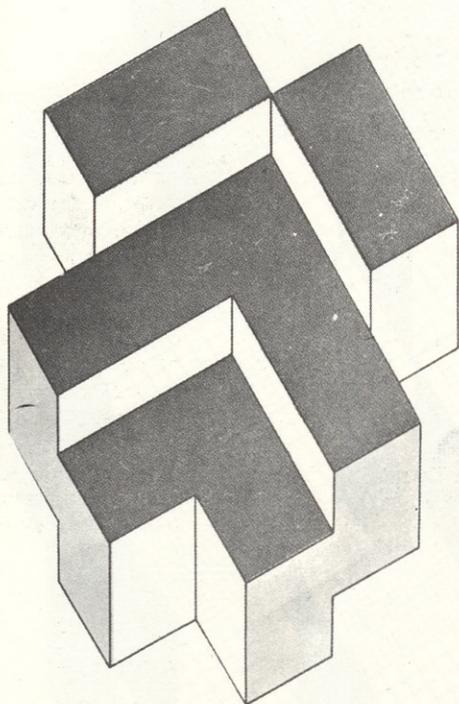
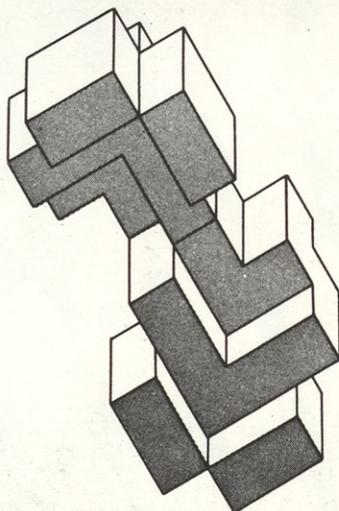


Fig. 11

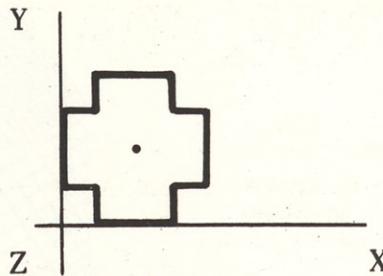
Un modelo que será utilizado en Madrid está compuesto a partir de un elemento llamado "Cuerpo",



formado por 12 cubos tales que el techo sirve de calle y, por tanto, permite el acceso a los cubos que son los apartamentos. A este elemento se hace corresponder los diferentes tipos de apartamentos formados por uno, uno y medio, dos y medio, tres, cuatro y medio o cinco y medio semi-cubos. Un estudio combinatorio ha permitido poner en evidencia un gran número de posibilidades, entre las cuales hemos escogido las mejores. A continuación hemos agrupado estos elementos dos a dos



y hemos elegido únicamente las uniones que permiten pasar de un elemento a otro, sea por tener un plano horizontal común, sea por tener un piso de desnivel que se salva por una escalera. A partir de estas uniones, hemos desarrollado el "núcleo": se obtiene un aparente desorden vertical en espiral alrededor de un patio cuadrado central. El centro geométrico del cuerpo A tiene por coordenadas (4, 4, 2) con respecto a los ejes X, Y, Z.



(El eje Z es perpendicular al plano del dibujo).

La unidad de medida es la mitad de la longitud del lado de un cubo.

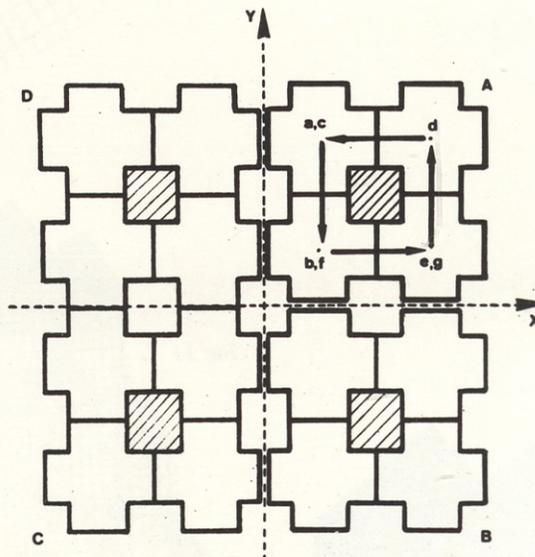
Obtenemos las posiciones sucesivas del cuerpo A añadiendo sucesivamente los vectores siguientes:

(8, 0, 1); (0, 8, 1); (-8, 0, 1); (0, -8, 1).

El cuerpo con concavidad hacia arriba se llama "normal" y lo llamamos $N \Delta$; el cuerpo con concavidad hacia abajo se llama "invertido" y lo llamamos $I \Delta$. Intervienen los dos en el desarrollo del núcleo que tiene, por supuesto, varias formas posibles.

Con la ayuda de simetrías, reproducimos el núcleo y obtenemos un pequeño molde formado por cuatro núcleos; este conjunto corresponde a la primera fase del proyecto para Madrid.

Su proyección sobre el plano horizontal es la siguiente:



a, b, c, d... designan los cuerpos que forman el núcleo Δ : una posición normal; Δ : una posición invertida; $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, cuatro orientaciones del cuerpo.

El nudo A se representa así:

$\frac{a}{\Delta\gamma}$ (4, 12, 2)	$\frac{b}{\Delta\gamma}$ (4, 4, 2)	$\frac{c}{\Delta\beta}$ (12, 4, 3)	$\frac{d}{\Delta\alpha}$ (12, 12, 4)
$\frac{e}{\Delta\delta}$ (4, 12, 5)	$\frac{f}{\Delta\gamma}$ (4, 4, 6)	$\frac{g}{\Delta\alpha}$ (12, 4, 7)	
$\frac{h}{\Delta\alpha}$ (4, 4, 10)			

He aquí la maqueta mostrando el aspecto del resultado obtenido:



Así, para representar estos modelos, utilizamos un sistema de ejes de coordenadas cartesianas X, Y, Z. Situamos cada elemento por las coordenadas de su centro geométrico, y representamos las leyes de formación sea por un sistema de vectores en el caso de los desplazamientos, sea por símbolos algebraicos cuando hacemos intervenir la combinatoria. Obtenemos entonces el esquema espacial del modelo urbano, traducido en lenguaje matemático. Este lenguaje permite una gran facilidad en las manipulaciones y la construcción.

Para representar el modelo en un segundo nivel, en el que cada objeto arquitectónico tal como las escaleras, ventanas, puertas, muros, soportes, etc..., deben estar representados y situados en el espacio, hace falta otro lenguaje. Al lado de la planta de cada elemento, permitiendo fabricarlo, proporcionamos el esquema que lo sitúa con respecto al modelo. Un código bajo forma de cuadro permite controlar el modelo y facilita el establecimiento de su presupuesto y, seguidamente, su construcción.

